

## **Beregning af murbuer**

**Indledning.** Dette notat beskriver den numeriske model til beregning af stik og skjulte buer.

### **Indhold**

Forkortelser  
Definitioner  
Forudsætninger  
Beregningsforløb  
Inddata  
Grundparametre  
Check af inputdata  
Iterativ proces  
Udnyttelsesgrad

### **Forkortelser**

us : understøtning  
sb : skjult bue  
tb : udstrækning af buen ved lysningskanterne (tykkelse bue)

### **Definitioner**

Tryklinie : Kraftens forløb mellem de to understøtninger  
Trykzone : Symmetrisk zone omkring tryklinien  
Mur/Murbue : Murværk mellem nedre og øvre begrænsningsflade  
Begrænsningsflade : Afslutning/pap o.lign i muren. Murbuen defineres ved området mellem øvre- og nedre begrænsningsflade.

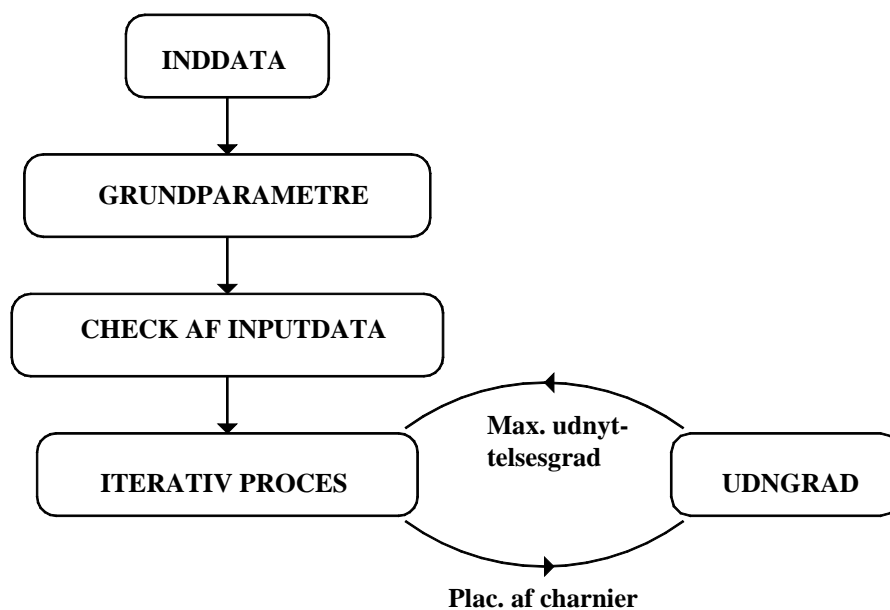
### **Forudsætninger**

- Bæreevneeftervisningen foretages på grundlag af en trecharniers tryklinie som indlægges i murværket.
  - Tryklinien opdeles i et antal (fx. 50) tryklinieelementer, der skal opfylde de sædvanlige statiske og geometriske betingelser.
  - Øvre og nedre begrænsningsflade af murværket antages parabelformet (ver 2.0) eller vandret afhængig af geometrien.
  - us regnes placeret på en lodret linie ved lysningskanterne.
  - Ved stik regnes liggefugeretningen at være vinkelret på nedre begrænsningsflade.
  - Ved stik regnes tb i liggefugens retning. Ved sb i lodret retning.
  - tb angives ved us.
-

- Er  $t_b < h$  for sb regnes den vandrette komponent af tryklinien at skulle optages i liggefugen overalt indenfor trykzonen.
- Mest gunstigste placering af us og topcharnier bestemmes ved iteration. Dette er en plasticitetsteoretisk nedrærdiløsning, der skønnes acceptabel.
- Trykzonens udstrækning omkring tryklinien i hele buforløbet bestemmes som  $2 \times$  minimumsafstanden fra tryklinien til begrænsningsfladerne.
- Bæreevnekriterier overalt i trykzonen. (fx 50 snit):
  - For sb :  $\sigma < 0.5 \times f_{cnd}$
  - For sb hvor  $t_b < h$  :  $\sigma < 0.5 \times f_{cnd}$  samt  $\tau < \mu_d \times \sigma_{liggefuge} + c_d$
  - For stik :  $\sigma < f_{cnd}$  samt  $\tau < \mu_d \times \sigma_{liggefuge} + c_d$

### **Beregningsforløb**

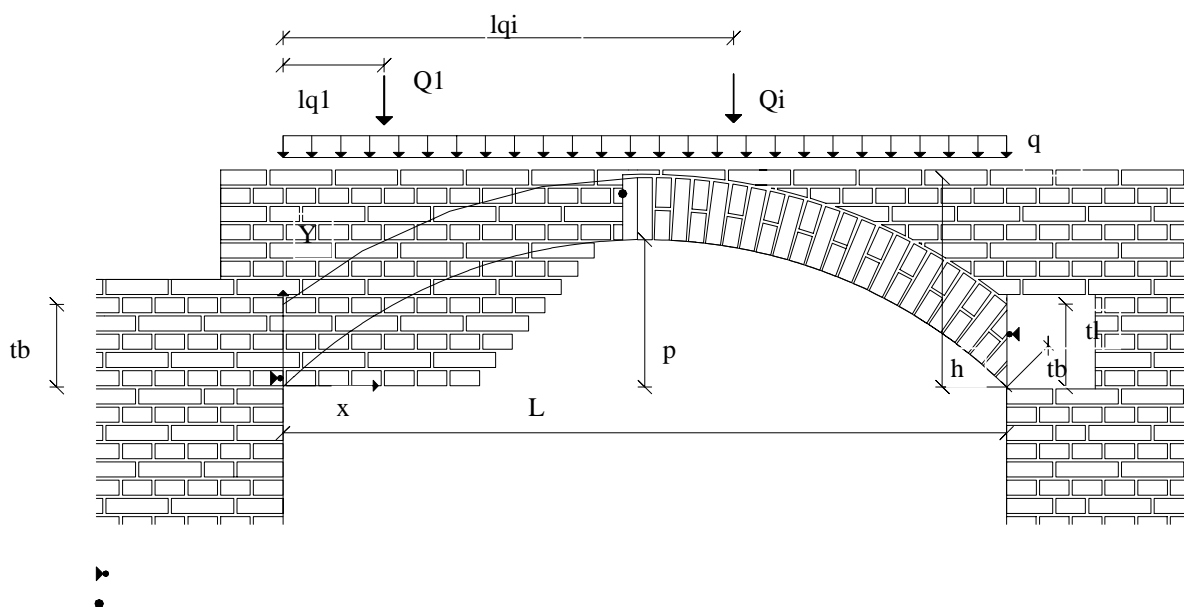
Selve beregningsforløbet er vist nedenstående. De enkelte modulers funktion er beskrevet i det følgende.



**Inddata**

For hver bue der ønskes beregnet inddateres nedenstående parametre. Betydningen af de geometriske parametre er vist på skitsen. Til højre er forsøgt optegnet et stik. Til venstre, en skjult bue nær et vindue og over en åbning med overkrægning.

<u>Benævnelse</u>	<u>Beskrivelse</u>	<u>Enhed</u>
L	: Lysningsvidde	mm
h	: Højde af det aktuelle vægplan	mm
p	: Pilhøjde	mm
tb	: Buens udstrækning ved us	mm
tm	: Tykkelse af buen i vægplanen	mm
stik [ ]	: Ja/nej spørgsmål. Nej betyder sb.	
Q1..Qi	: Et vilkårlig antal enkeltkræfter	kN
lq1..lqi	: Plac. målt fra venstre lyskant	mm
q	: Ensfordelt last	kN/m
$f_{cnk}$	: Karak. basistrækstyrke	MPa
$\mu_k$	: Karak. friktion	
$c_k$	: Karak. kohæsion	MPa



### **Grundparametre**

Følgende funktioner udføres:

- Buens lodrette udstrækning ved us beregnes.
- Højden og pilhøjden reduceres med den elastisk bestemte udbøjning (Indspændt bjælke, mindste højde anvendes).
- Kipningsmomentet udregnes (Indspændt bjælke, mindste højde anvendes).
- Initial placering af 3 charnier bestemmes.
- Koordinater til øvre og nedre begrænsningsflade bestemmes.

### **Check af inputdata**

Her checkes om:

- pilhøjden > den totale højde
- den elastiske udbøjning er markant stor (flere grænser)
- kipmomentet > faktiske moment
- enkeltkræfterne ligger indenfor buen
- alle inputdata ligger indenfor rimelighedens grænser.

### **Iterativ proces**

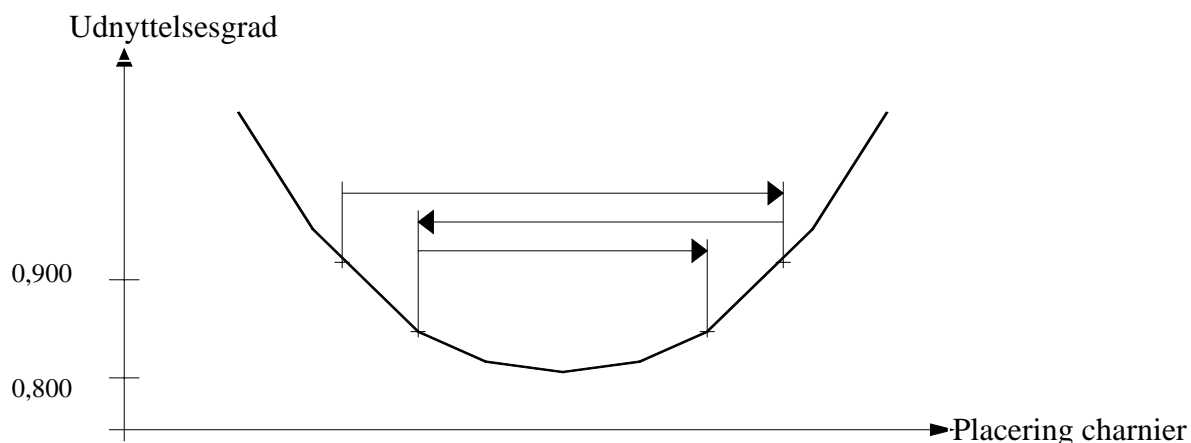
Den iterative proces er en ren matematisk funktion og er i statisk henseende knap så interessant.

Iterationen består i at variere placeringen af charniererne (dvs. midtercharnieret og de 2 understøtninger) i lodret retning, således at udnyttelsesgraden bliver mindst mulig. Dvs udnyttelsesgraden udregnes for hver placering.

Iterationen starter ved den understøtning, hvor den lodrette reaktion er størst.

Placeringen øges skridtvis opad (eller nedad), indtil udnyttelsesgraden begynder at stige. Herefter reduceres skridtlængden og iterationsretningen vendes. Således fortsættes indtil forbedringen er tilstrækkelig lille. Der foretages et antal vendinger før udnyttelsesgraden sammenlignes med den tidligere bestemte udnyttelsesgrad. "Tvangsvendingerne" er indført for at undgå, at iterationen afsluttes, fordi placeringer med samme udnyttelsesgrad på hver side af et optimum sammenlignes (se efterfølgende figur).

---



Antallet af "tvangsvendinger" kan inddateres/ændres i dialogboksen, der fremkommer hvis knappen "Iteration" aktiveres (Min. antal vendinger)

Herefter fortsættes med de øvrige charnier. Et eksempel på forløbet af gennemregningerne er angivet nedenstående:

1. Gennemregning: Iteration af: Venstre charnier, midtercharnier, højre charnier, midtercharnier
2. Gennemregning: Iteration af: Venstre charnier, midtercharnier, højre charnier, midtercharnier
3. Etc.

For de mere edb-interesseret er skridtlængden ( $s$ ) angivet nedenstående:

$$s = \frac{0.03 \times \text{Interval} \times \text{Num}(\text{fite} \times \text{fpre}) \times /(\text{fite} \times \text{fpre})}{(1.4)^n \sqrt{(\text{Gteller} \times \text{vende})}}$$

Hvor

**Interval** er området mellem øvre og nedre begrænsningsflade

**fite** er udnyttelsesgraden

**fpre** udnyttelsesgraden ved den tidligere placering

**Gteller** antallet af gennemregninger.

**vende** antallet af vendinger ved den aktuelle iteration

**n** antallet af gange hvor iterationen springer kraftigt.

Det er som før nævnt muligt for brugeren at rette på minimumsantallet af vendinger og gennemregninger i modulet.

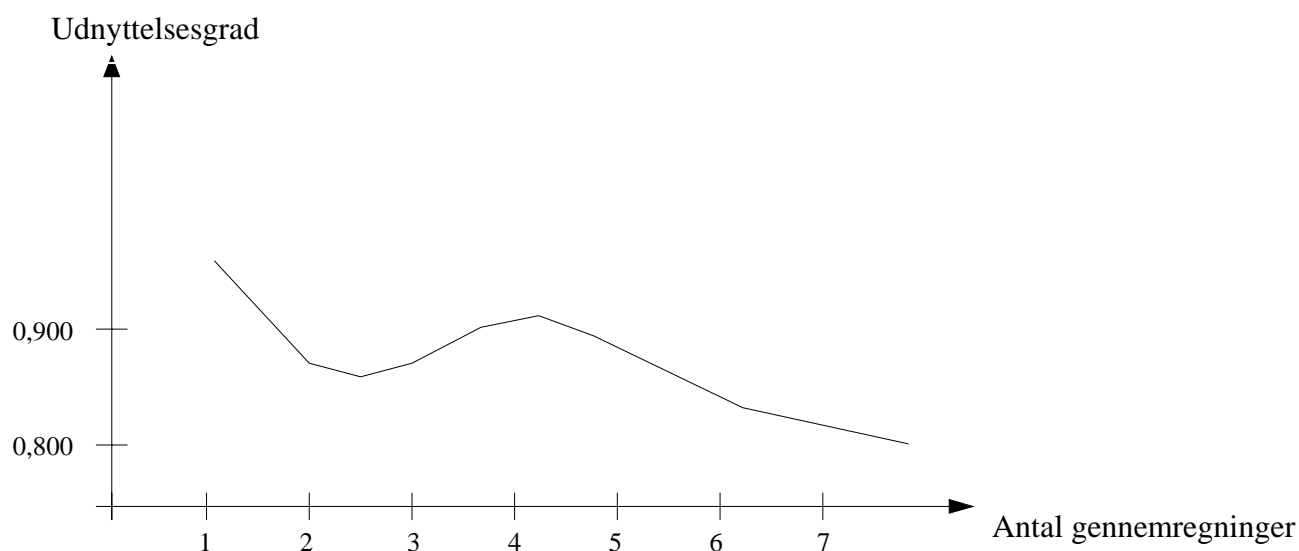
---

Det numeriske led i tælleren sikrer, at der ikke sker en vending i det øjeblik tryklinien kommer indenfor murbuen og udnyttelsesgraden skifter fortegn.

*I de tilfælde hvor iterationsværdierne springer kraftigt på grund af instabilitet i beregningerne reduceres skridtlængden vha.  $n$ , for at undgå at det optimale punkt overspringes.*

*Efterhånden som antallet af gennemregninger og vendinger stiger reduceres skridtlængden med kvadratroden af de pågældende parametre.*

*Beregningen stopper når udnyttelsesgraden ikke forbedres mærkbart ved en gennemregning. Der foretages et antal tvangsgennemregninger før udnyttelsesgraden sammenlignes med den tidligere bestemte udnyttelsesgrad, for at undgå at beregningen stopper ved et falsk optima. Fænomenet er illustreret nedenstående.*



(Antallet af "tvangsgennemregninger" kan inddateres/ændres i dialogboksen, der fremkommer hvis knappen "Iteration" aktiveres (Min. antal gennemregninger))

---

*Stopkriteriet er angivet nedenstående:*

$$\text{Num}(fG_{\text{start}}-f_{\text{ite}}) < ((10+0.7 \times (G_{\text{teller}}-G_{\text{tellermin}})) / (\text{exact} \times 100))$$

*hvor*

***fGstart** er udnyttelsesgraden før den i'te gennemregning*

***fite** er udnyttelsesgraden efter den i'te gennemregning*

***Gteller** antallet af gennemregninger.*

***Gtellermin** minimums-antallet af gennemregninger.*

***exact** Parameter til angivelse af nøjagtigheden..*

*Det ses, at nøjagtighedskravet falder ved et stigende antal gennemregninger. Dette er indført for at muliggøre en gennemregning af de mere ustabile tilfælde (fx når tryklinien ligger tæt på en af begrænsningsfladerne).*

*Nøjagtighedskravet kan dog øges ved at ændre parameteren "exact" i den før omtalte dialogboks (Nøjagtighed).*

### **Udnyttelsesgrad**

Ved hver placering af charniet kaldes funktionen "UdnGrad", der bestemmer den maksimale udnyttelsesgrad af buen. Funktionen anvender 4 procedurer:

<b>Vandret reaktion</b>	(Her bestemmes reaktionerne)
<b>Trykliniens forløb</b>	(Koordinater samt kræfternes størrelse)
<b>Minimum afstand</b>	(Min. afstand mellem tryklinie og afgrænsningsflader bestemmes)
<b>Stresses</b>	(Spændinger og udnyttelsesgrad udregnes)

Procedurerne er beskrevet i det følgende:

### **Vandret reaktion**

Reaktionerne beregnes ved iteration efter følgende model:

- Den vandrette reaktion bestemmes ud fra skønnede værdier af de lodrette reaktioner.
  - De lodrette reaktioner bestemmes ud fra den beregnede vandrette reaktion
  - Etc. indtil der er overensstemmelse.
-

### **Trykliniens forløb**

Koordinaterne til tryklinien og kræfternes størrelse bestemmes efter følgende model:

- Start ved venstre understøtning. Gennemgå alle elementer (fx 25) indtil midtercharnier.
- De lodrette snitkræfter i venstre og højre knudepunkt skal være i ligevægt med de ydre belastninger (dvs. ensfordelt last og enkeltlast der er beliggende på delementet).
- Koordinattilvæksten i y-retningen af højre knudepunkt bestemmes som forholdet mellem den lodrette kraft i midten af delementet og den vandrette kraft multipliceret med elementets længde i x-retningen.
- Samme procedure udføres med start i højre understøtning.
- Justering således at tryklinien rent faktisk rammer midtercharnieret.
- Herefter er trykliniens koordinater og kraftforhold bestemt.

### **Minimum afstand**

For hver punkt på tryklinien udregnes den vinkelrette afstand til nedre og øvre begrænsningsflade. Herved bestemmes en minimumsafstand ( $z_{min}$ ), der antages at udgøre trykzonens udstrækning på begge sider af tryklinien. Igennem hele trykzonen regnes derfor med et areal på  $2 \times t_m \times z_{min}$ , hvor  $t_m$  er murtykkelsen vinkelret på murplanet. Denne antagelse er på den sikre side. Skulle der i beregningerne tages hensyn til en trykzone med varierende højde, svarende til den geometrisk aktuelle, vil det være nødvendigt at indregne de heraf fremkomne sekundære trækkræfter vinkelret på tryklinien, hvilket nok er lidt langt ude.

Er tryklinien udenfor buen, regnes den vinkelrette minimumsafstand til begrænsningsfladen blot negativ. Dvs spændinger, udnyttelsesgrader mm bliver negative. Dette er kun en formel beregningsmetode og en negativ spænding er ikke ækvivalent med trækspændinger i buen. Den negative udnyttelsesgrad anvendes kun i forbindelse med iterationen, hvor det gælder om at minimere udnyttelsesgraden. For negative udnyttelsesgrader er en retning mod - uendelig i den "rigtige" retning. Dvs når tryklinien nærmer sig begrænsningsfladen udefra og  $z_{min} < -0$ , hvilket medfører at:  $Areal < -0$  og  $F < -\infty$

---



### **Stresses**

Herefter kan de aktuelle spændinger udregnes. Trykzonens areal, trykliniens koordinater og kræfternes størrelse kendes.

Udnyttelsesgraden (fite) defineres som:

$$\begin{array}{ll} \text{For sb} & : \max(\sigma/0.5 \times f_{cnd}) \\ \text{For sb hvor } t_b < h & : \max(\sigma/0.5 \times f_{cnd} \text{ og } \tau/(\mu_d \times \sigma_{\text{liggefuge}} + c_d)) \\ \text{For stik} & : \max(\sigma/f_{cnd} \text{ og } \tau/(\mu_d \times \sigma_{\text{liggefuge}} + c_d)) \end{array}$$

Hvor max betyder, at det er den største, af de fundne værdier i det antal snit buen er opdelt i.

For stik tages hensyn til, at retningscos for trykbuen og liggefugen ikke er sammenfaldende.

Endvidere undersøges den lodrette forskydningskapacitet ved understøtningerne. Stenklassen udregnes som en forsigtig værdi af basistrykstyrken og for sb forudsættes at hver 2. studsfuge er placeret på en lodret linie. Der tages hensyn til den vandrette reaktions friktionsbidrag på en del af strækningen. Er dette bidrag større end reaktionerne ved enderne angives udnyttelsesgraden til 0.

Er udnyttelsesgraden mht. til forskydning ved understøtningerne større end den i buens trykzone bestemte, anvendes denne værdi i iterationen, således at placeringen af charniererne ligeledes bliver optimeret mht. understøtningsforholdene.

---